

# **Использование приземного электрического поля для обнаружения подземных неоднородностей**

(Статья в журнале «Геомагнетизм и аэрономия»,  
2011, том 51, № 5)

**В.В. Копейкин**

*Институт земного магнетизма, ионосферы  
и распространения радиоволн РАН  
им. Н.В. Пушкова (ИЗМИРАН),  
г. Троицк (Московская обл.)*

*e-mail: [kopeikin@izmiran.ru](mailto:kopeikin@izmiran.ru)*

В работе показано, что постоянное электрическое поле, которое существует над поверхностью Земли в результате мировой грозовой активности, несет в себе информацию о структуре подземных неоднородностей. Получены уравнения и на их основе приводятся примеры численных расчетов напряженности электрического поля вдоль поверхности Земли для некоторых типов подземных объектов.

## **1. ВВЕДЕНИЕ**

Электрические поля окружают нас повсюду, поскольку одна из самых распространенных причин их возникновения - это механическое трение, сопровождающее многие процессы в природе. Синтетические ткани, линолеумные покрытия, автомобили, велосипеды могут стать мощными источниками электростатических полей с напряжен-

ностями до десятков и сотен тысяч В/м. Сильные поля могут возникать на кинескопах телевизоров и компьютеров, если не предпринимаются специальные меры защиты от статического электричества.

Но кроме этих полей, которые связаны с электризацией каких-либо физических объектов, в свободной атмосфере существует постоянное электрическое поле, которое может меняться в сезонно-суточном цикле и которое составляет в среднем величину 130 В/м. Эта величина характерна для хорошей погоды или ясного дня, поэтому метеорологи обычно называют ее «потенциалом ясного дня» [Имянитов и Чубарина, 1965], [Клейменова и др., 2010].

Возникновение и поддержание постоянного электрического поля в атмосфере объясняется грозовой активностью в масштабах всего земного шара. Суточный и сезонный ход напряженности поля повторяет уровень грозовой активности мировых грозовых очагов. Эти, так называемые унитарные вариации электрического поля, которые одновременно происходят на всей Земле, проще всего выявляются при измерениях над океанами и в полярных областях в условиях хорошей погоды.

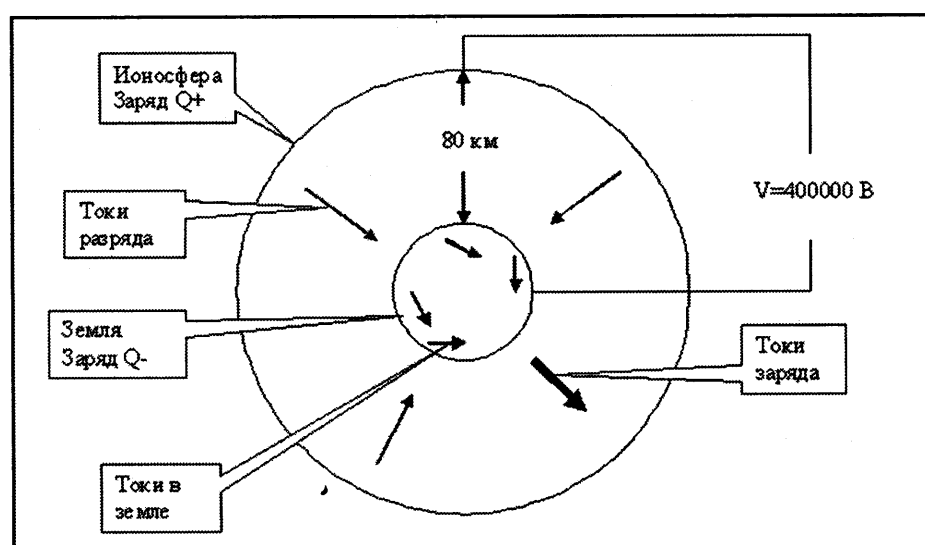


Рис. 1. Модель земли и ионосферы в виде шарового конденсатора.

Над континентами существуют, как правило, дополнительные локальные вариации даже в условиях «хорошей погоды», которые определяются конвекцией в приземных слоях, а также изменением проводимости воздуха за счет суточных вариаций аэрозольных частиц и газовых радиоактивных эманаций в атмосфере, имеющих повышенную активность на границах тектонических разломов.

Электрическое поле в атмосфере направлено так, как если бы Земля была заряжена отрицательно, а сама атмосфера положительно.

При осадках и грозах напряженность поля может существенно возрасти (до  $10000 \text{ В/м}$ ), и даже может поменять свой знак на противоположный.

Упрощенная схема электрических процессов в атмосфере показана на рис. 1. Земля и ионосфера, которые представляют собой хорошие проводники, составляют обкладки шарового конденсатора, на которых сосредоточены заряды  $Q^-$  и  $Q^+$  соответственно.

В слабопроводящей атмосфере существуют очень незначительные, но зато протекающие во всем ее объеме, токи разряда, которые в совокупности компенсируют очень большие локальные токи заряда, протекающие в молниях. При отсутствии такой компенсации напряженность электрического поля возрастала бы неограниченно. Плотность тока разряда постоянна по высоте, а проводимость атмосферы возрастает с высотой по экспоненциальному закону. Отсюда следует, что напряженность электрического поля максимальна возле земной поверхности и экспоненциально убывает с высотой. Установлено существование широтной зависимости поля вблизи поверхности Земли. Средняя напряженность поля минимальна у экватора и возрастает к средним широтам.

Проводимость воздуха в приземных слоях зависит, в основном, от появления аэрозолей в атмосфере и уровне ее ионизации. По данным измерений на территории России, средняя проводимость воздуха колеблется от  $136 \cdot 10^{-16}$  до  $509 \cdot 10^{-16} \text{ Сим/м}$  [Парамонов, 1962], [Клейменова и др., 2010].

По сравнению с воздухом проводимость земной поверхности на много порядков выше. Кроме того, вариации проводимости также значительно выше.

Например, проводимость сухой глинистой почвы  $\sigma = 2.7 \cdot 10^{-4}$  Сим/м, проводимость влажного глинистого сланца  $\sigma = 10^{-1}$  Сим/м, а проводимость морской воды  $\sigma = 4$  Сим/м.

Интегральный ток, который возникает в грозовых очагах, проходит через ионосферу, стекает через воздух на поверхность земли и через ее толщу возвращается в источник – грозовой очаг [Имянитов и Чубарина, 1965].

Подповерхностная структура земли представляет собой неоднородную по составу среду, в различных участках которой плотность тока и плотность связанных зарядов, определяющая ее диэлектрические свойства, различна. По этой причине на поверхности земли возникает неоднородное электрическое поле, которое несет в себе информацию о структуре проводимости  $\sigma$  и диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  подземной среды.

## 2. ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

Получим уравнения, описывающие унитарное электрическое поле внутри шарового конденсатора, и численно рассчитаем напряженность этого поля на поверхности земли для некоторых типов подземных неоднородностей.

Все электромагнитные явления в природе описываются полной системой уравнений Максвелла [Баскаков, 1973]. В нашем частном случае достаточно следующих уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad (2)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}, \quad (3)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}. \quad (4)$$

Уравнение непрерывности (1) описывает связь дивергенции вектора плотности тока  $\vec{J}$  с производной по времени плотности заряда  $\rho$ . Закон Гаусса (2) устанавливает связь между дивергенцией вектора электрического смещения  $\vec{D}$  и плотностью заряда  $\rho$ .

Материальное уравнение (3) задает связь между вектором электрического смещения  $\vec{D}$  и вектором напряженности электрического поля  $\vec{E}$  через абсолютную диэлектрическую проницаемость вакуума  $\epsilon_0$  и относительную диэлектрическую проницаемость среды  $\epsilon$ .

Закон Ома в дифференциальной форме (4) задает связь между плотностью тока  $\vec{J}$ , проводимостью среды  $\sigma$  и напряженностью электрического поля  $\vec{E}$ .

Рассмотрим некоторый ограниченный участок шарового конденсатора (рис. 1), моделируя его плоским конденсатором, между обкладками которого находится воздушная среда с параметрами  $\epsilon_1, \sigma_1$ , почва с параметрами  $\epsilon_2, \sigma_2$  и включенная в нее неоднородность с параметрами  $\epsilon_3, \sigma_3$  (рис. 2).

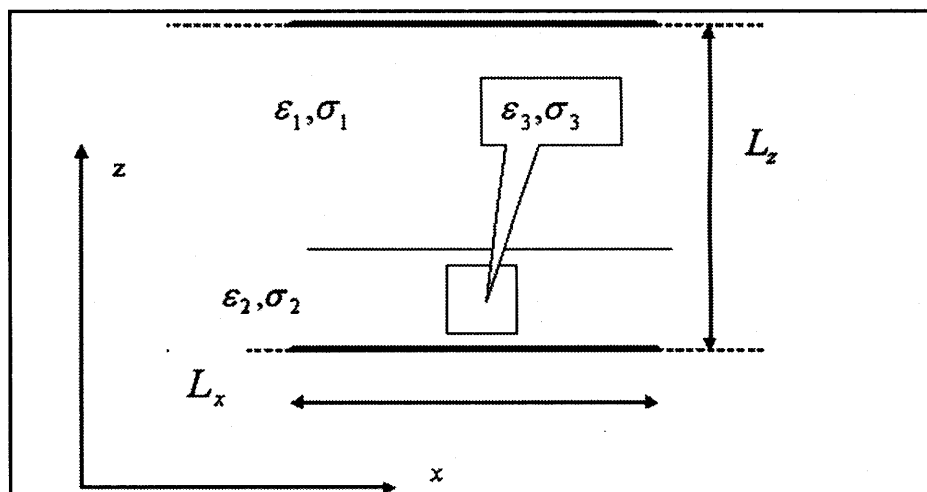


Рис. 2. Модель участка ионосферы и почвы с неоднородностью.

Пусть заряды, создающие электрическое поле, сосредоточены только на верхней и нижней пластинах конденсатора и поддерживаются внешним источником на постоянном уровне.

Для каждой точки внутри конденсатора уравнение непрерывности (1) приобретет вид

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0. \quad (5)$$

Это означает, что источников тока в анализируемом пространстве нет.

Подставляя в (5) выражение для плотности тока (4) и выполняя операции дифференцирования, получим

$$\nabla \cdot \vec{J} = \sigma(\nabla \cdot \vec{E}) + (\nabla \sigma) \cdot \vec{E} = 0. \quad (6)$$

Наличие конечной проводимости в среде обеспечивает отсутствие возможности накопления свободных зарядов, и закон Гаусса (2) будет иметь вид

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0. \quad (7)$$

Подставляя в (7) материальное уравнение (3) и выполняя операции дифференцирования, получим

$$\nabla \cdot \vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 (\nabla \cdot \vec{E}) + \varepsilon_0 (\nabla \varepsilon) \cdot \vec{E} = 0. \quad (8)$$

Электрическое поле выражается через скалярный электрический потенциал  $\varphi$  как

$$\vec{E} = -\nabla \varphi. \quad (9)$$

Перепишем уравнения (6) и (8) для электрического потенциала с учетом тождества  $\nabla \cdot \nabla \varphi = \nabla^2 \varphi$  :

$$\sigma \nabla^2 \varphi - (\nabla \sigma) \cdot (\nabla \varphi) = 0, \quad (10)$$

$$\varepsilon \nabla^2 \varphi - (\nabla \varepsilon) \cdot (\nabla \varphi) = 0. \quad (11)$$

Уравнения (10) и (11) одинаковы и физически означают, что стационарно движущиеся носители заряда, плотность которых опреде-

ляется пространственной функцией  $\sigma$ , и связанные заряды, плотность которых задается в пространстве функцией  $\varepsilon$ , одинаково влияют на функцию распределения напряженности электрического поля в пространстве.

Уравнения (10), (11) определены с точностью до постоянных коэффициентов. Для того, чтобы рассчитать суммарное воздействие распределения плотности стационарного тока и связанных зарядов, необходимо перейти к одним и тем же физическим величинам, например к плотности заряда. Плотность тока и плотность зарядов определяются интегрированием по времени

$$\rho = \int J dt + C.$$

Выбирая перед  $\sigma$  единичный коэффициент с размерностью времени (секунды), а перед относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  абсолютную проницаемость  $\varepsilon_0$ , мы согласуем размерности физических величин.

На основе принципа суперпозиции, можно получить дифференциальное уравнение в частных производных, которое описывает распределение в пространстве потенциала  $\varphi$  для поставленной нами задачи в системе единиц СИ, в которой

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{A \cdot s}{V \cdot m}$$

$$\nabla^2 \varphi - \frac{\nabla \sigma + \varepsilon_0 \nabla \varepsilon}{\sigma + \varepsilon_0 \varepsilon} \cdot (\nabla \varphi) = 0 \quad (12)$$

### 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Рассмотрим модельную двумерную задачу  $\varphi = \varphi(x, z)$ .

Для численного решения (12) методом конечных разностей воспользуемся 5-точечным шаблоном.

$$\begin{aligned} & \frac{\varphi(x, z+1) - 2\varphi(x, z) + \varphi(x, z-1)}{(dz)^2} + \frac{\varphi(x+1, z) - 2\varphi(x, z) + \varphi(x-1, z)}{(dx)^2} - \\ & - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon(x, z+1) - \varepsilon_0 \varepsilon(x, z-1) + \sigma(x, z+1) - \sigma(x, z-1)}{2(dz)[\varepsilon_0 \varepsilon(x, z) + \sigma(x, z)]} \frac{\varphi(x, z+1) - \varphi(x, z-1)}{2(dz)} - \\ & - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon(x+1, z) - \varepsilon_0 \varepsilon(x-1, z) + \sigma(x+1, z) - \sigma(x-1, z)}{2(dx)[\varepsilon_0 \varepsilon(x, z) + \sigma(x, z)]} \frac{\varphi(x+1, z) - \varphi(x-1, z)}{2(dx)} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

В сеточном уравнении (13)  $dx$  и  $dz$  – шаги сетки по координатам  $x$  и  $z$  соответственно.

Перепишем (13) в виде, более удобном для дальнейшего анализа,

$$\alpha \varphi(x+1, z) + \beta \varphi(x-1, z) + \gamma \varphi(x, z+1) + \delta \varphi(x, z-1) + \eta \varphi(x, z) = 0, \quad (14)$$

где:

$$\alpha = (dz)^2 \left\{ 4[\varepsilon_0 \varepsilon(x, z) + \sigma(x, z)] - \left[ \begin{array}{l} \varepsilon_0 \varepsilon(x+1, z) - \varepsilon_0 \varepsilon(x-1, z) + \\ + \sigma(x+1, z) - \sigma(x-1, z) \end{array} \right] \right\}, \quad (15)$$

$$\beta = (dz)^2 \left\{ 4[\varepsilon_0 \varepsilon(x, z) + \sigma(x, z)] + \left[ \begin{array}{l} \varepsilon_0 \varepsilon(x+1, z) - \varepsilon_0 \varepsilon(x-1, z) + \\ + \sigma(x+1, z) - \sigma(x-1, z) \end{array} \right] \right\}, \quad (16)$$

$$\gamma = (dx)^2 \left\{ 4[\varepsilon_0 \varepsilon(x, z) + \sigma(x, z)] - \left[ \begin{array}{l} \varepsilon_0 \varepsilon(x, z+1) - \varepsilon_0 \varepsilon(x, z-1) + \\ + \sigma(x, z+1) - \sigma(x, z-1) \end{array} \right] \right\}, \quad (17)$$

$$\delta = (dx)^2 \left\{ 4[\varepsilon_0 \varepsilon(x, z) + \sigma(x, z)] + \left[ \begin{array}{l} \varepsilon_0 \varepsilon(x, z+1) - \varepsilon_0 \varepsilon(x, z-1) + \\ + \sigma(x, z+1) - \sigma(x, z-1) \end{array} \right] \right\}, \quad (18)$$

$$\eta = -\{8(dx)^2[\varepsilon_0 \varepsilon(x, z) + \sigma(x, z)] - 8(dz)^2[\varepsilon_0 \varepsilon(x, z) + \sigma(x, z)]\}. \quad (19)$$

Расчет электрического потенциала  $\varphi$  будем производить в прямоугольной области  $L_x, L_z$  (рис. 2).



На верхней и нижней границе зоны расчета зададим значения потенциалов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , а на левой и правой границе зададим условие нулевой производной  $\partial\varphi/\partial x = 0$ .

Уравнение (14) определяет 5-диагональную матрицу с переменными коэффициентами  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta$  (15-19).

Полученное из (14) с учетом граничных условий матричное уравнение будем решать методом исключения Гаусса [Поттер, 1975].

Приведем два примера расчетов вертикальной компоненты электрического поля  $E_z$  при наличии в почве неоднородности квадратного сечения со сторонами 4 м, верхняя плоскость которой находится на глубине 2 м (рис. 2).

Задавались следующие параметры численного счета:

- вертикальный размер пространственной зоны расчета – 30 м;
- горизонтальный размер пространственной зоны расчета – 30 м;
- шаг по вертикали и горизонтали – 0.5 м.

Значения потенциала на нижней и верхней границах выбирались из условия обеспечения в невозмущенной неоднородностью приземной области напряженности электрического поля 130 В/м («потенциал ясного дня»).

На рисунке 3 показана зависимость напряженности электрического поля над поверхностью земли на высоте 1 м, которая вызывается неоднородностью, например, подземным тоннелем, заполненным воздухом разной проводимости из-за его влажности.

Были выбраны следующие величины параметров сред:

- диэлектрическая проницаемость воздуха  $\varepsilon_1 = 1$ ,
- проводимость воздуха  $\sigma_1 = 5 \cdot 10^{-14}$  Сим/м,
- диэлектрическая проницаемость почвы  $\varepsilon_2 = 10$ ,
- проводимость почвы  $\sigma_2 = 3 \cdot 10^{-4}$  Сим/м.

Для подземной среды выбраны параметры  $\varepsilon_3 = 1$ ,  $\sigma_3 = 1.5 \cdot 10^{-4}$  Сим/м.

На рисунке 4 показана та же зависимость поля на поверхности земли при тех же параметрах воздуха и среды. Единственное отли-

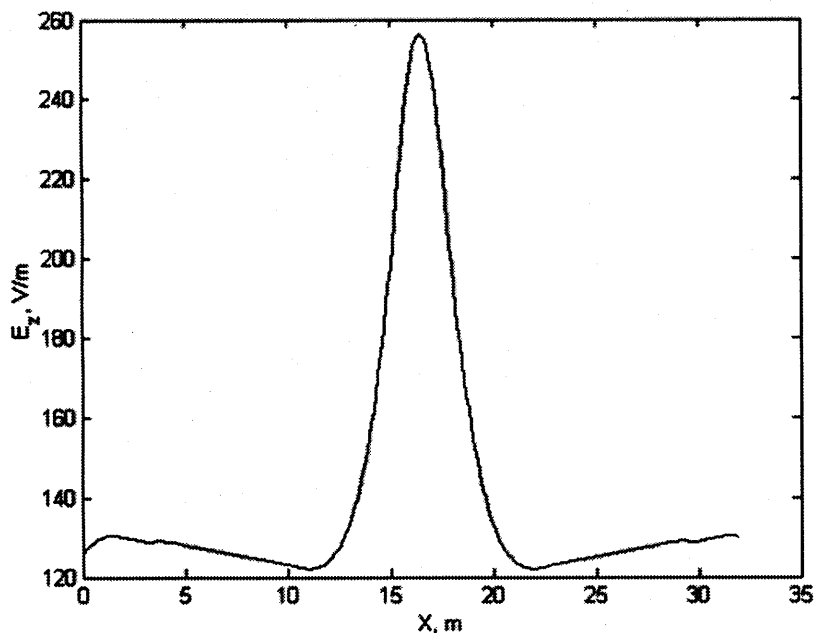


Рис. 3. Зависимость напряженности вертикальной компоненты электрического поля над неоднородностью с пониженной проводимостью.

чие от предыдущей задачи - увеличение проводимости подповерхностного объекта до величины  $\sigma_3 = 10^{-3}$  Сим/м.

Результаты расчетов свидетельствуют о том, что подземная структура почвы, выражающаяся в пространственном изменении диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  и проводимости  $\sigma$ , отображается на поверхности земли в виде «пятен» понижения или повышения напряженности электрического поля по отношению к окружающему пространству, в котором отсутствует изменение параметров вдоль координаты  $x$ , т.е. отсутствуют подземные неоднородности. Размеры этих «пятен» могут составлять единицы-десятки метров, а отклонение напряженности поля от среднего может составлять десятки-сотни вольт на метр.

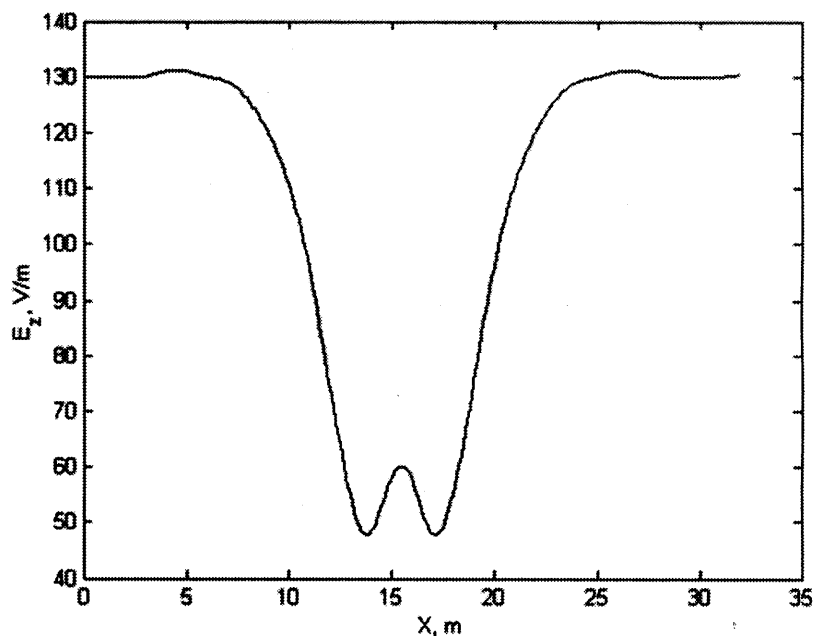


Рис. 4. Зависимость напряженности поля вертикальной компоненты электрического поля над неоднородностью с повышенной проводимостью.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной результат работы заключается в получении уравнений (12) и (14-19), которые способны описать электрическое поле вблизи земли, вызываемое грозовой активностью, а также в численных расчетах, показывающих возможность значительных изменений этого поля над объектами, находящимися под землей (рис. 3, рис. 4).

Мы обращаем внимание на то, что измерения напряженности электрического поля над поверхностью земли с помощью приборов позволяют обнаруживать подземные неоднородности [Имянитов, 1957], [Копейкин, 2001].

Наиболее близким к предлагаемому методу является метод измерения амплитуды поля на поверхности земли от низкочастотных

радиостанций, работающих в диапазоне десятков – сотен килогерц. Достаточно низкая частота этих станций позволяет обнаруживать подземные неоднородности на глубинах единицы–сотни метров. В геофизике этот метод называют методом радиоКИП или методом радиокомпарирования и пеленгации

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Баскаков С.И. Основы электродинамики. М.: Наука, 248 с.1973.
2. Имянитов И.М., Чубарина Е.В. Электричество свободной атмосферы. Л: Гидрометеиздат., 240 с.1965.
3. Имянитов И.М. Приборы и методы для изучения электричества атмосферы. М.: Гостехиздат, 483 с.1957.
4. Клейменова Н.Г., Козырева О.В., Кубицки М., Михновски С. Утренние полярные суббури и вариации атмосферного электрического поля // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 50. № 1. С. 51-60. 2010.
5. Копейкин В.В. Устройство для измерения напряженности электростатического поля. Патент РФ на изобретение № 2212678. Приоритет от 10.10.2001.
6. Парамонов Н.А. Электрическая проводимость воздуха над территорией Советского Союза / Тр. главной геофизической обсерватории им. А.И. Воейкова. Л.: Гидрометеиздат, вып.136. С. 78-82. 1962.
7. Поттер Д. Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 392 с. 1975.